

Reg. No. :

Code No. : 20584 B Sub. Code : SEMA 5 B

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2021

Fifth Semester

Mathematics

Major Elective — DISCRETE MATHEMATICS

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. $P \wedge T =$ _____.

(A) T

(B) F

(C) P

(D) $\neg P$

$P \wedge T =$ _____.

(a) T

(b) F

(c) P

(d) $\neg P$

2. $\neg(\neg P \vee \neg Q) = \text{_____}$.

(அ) $P \vee Q$ (ஆ) $\neg P \wedge \neg Q$

(இ) $\neg P \vee \neg Q$ (ஈ) $P \wedge Q$

$\neg(\neg P \vee \neg Q) = \text{_____}$.

(a) $P \vee Q$ (b) $\neg P \wedge \neg Q$

(c) $\neg P \vee \neg Q$ (d) $P \wedge Q$

3. $R \vee (P \wedge \neg P)$ என்பதற்கு சமமான சூத்திரம் _____.

(அ) P (ஆ) R

(இ) T (ஈ) F

The equivalent formula for $R \vee (P \wedge \neg P)$ is _____.

(a) P (b) R

(c) T (d) F

4. $\neg Q, P \rightarrow Q$ என்ற கூற்றுகளின் விளைவு _____.

(அ) P (ஆ) Q

(இ) $\neg P$ (ஈ) T

The premises $\neg Q, P \rightarrow Q$ implies _____.

(a) P (b) Q

(c) $\neg P$ (d) T

5. ஒரு குலத்தில் $a * x = b$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு _____; $a, b \in G$.

- (அ) $b * a^{-1}$ (ஆ) $(a * b^{-1})$
 (இ) $a^{-1} * b$ (ஈ) $a^{-1} * b^{-1}$

For $a * x = b$, where G is a group, the solution of the equation of type $a * x = b$ _____.

- (a) $b * a^{-1}$ (b) $(a * b^{-1})$
 (c) $a^{-1} * b$ (d) $a^{-1} * b^{-1}$

6. ஹாமிங் தூரம் $H(x, y) + H(y, z)$ _____.

- (அ) $\geq H(x, z)$ (ஆ) $\leq H(x, z)$
 (இ) $= H(x, z)$ (ஈ) $\neq H(x, z)$

The Hamming distance $H(x, y) + H(y, z)$ _____.

- (a) $\geq H(x, z)$ (b) $\leq H(x, z)$
 (c) $= H(x, z)$ (d) $\neq H(x, z)$

7. $a \leq b \Leftrightarrow a \oplus b =$ _____.

- (அ) $a * b$ (ஆ) a
 (இ) b' (ஈ) b

$a \leq b \Leftrightarrow a \oplus b =$ _____.

- (a) $a * b$ (b) a
 (c) b' (d) b

8. $(a * b)' = \underline{\hspace{2cm}}$.

(A) $a \oplus b$

(B) $a' * b'$

(C) $a * b'$

(D) $a' \oplus b'$

$(a * b)' = \underline{\hspace{2cm}}$.

(a) $a \oplus b$

(b) $a' * b'$

(c) $a * b'$

(d) $a' \oplus b'$

9. $11101_2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

(A) 39_{10}

(B) 24_{10}

(C) 33_{10}

(D) 29_{10}

$11101_2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

(a) 39_{10}

(b) 24_{10}

(c) 33_{10}

(d) 29_{10}

10. $693_{10} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(A) 1265_8

(B) 1263_8

(C) 1621_8

(D) 1256_8

$693_{10} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(a) 1265_8

(b) 1263_8

(c) 1621_8

(d) 1256_8

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) நிரூபி : $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \neg P \vee Q$.

Prove : $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \neg P \vee Q$.

Or

(ஆ) பின்வருபவை மெய்யா அல்ல முரணா எனக் காண்.

(i) $(\neg Q \wedge P) \wedge Q$

(ii) $P \rightarrow (P \vee Q)$

(iii) $(P \wedge Q) \Leftrightarrow P$.

Find whether the following are tautologies or contradictions.

(i) $(\neg Q \wedge P) \wedge Q$

(ii) $P \rightarrow (P \vee Q)$

(iii) $(P \wedge Q) \Leftrightarrow P$.

12. (அ) பிரிவு நிலை இயல் வடிவம் காண் :

(i) $P \wedge (P \rightarrow Q)$

(ii) $\neg(P \vee Q) \Leftrightarrow P \wedge Q$.

Obtain disjunctive normal forms of :

(i) $P \wedge (P \rightarrow Q)$

(ii) $\neg(P \vee Q) \Leftrightarrow P \wedge Q.$

Or

- (ஆ) $P \rightarrow (Q \rightarrow S), \neg R \vee P, Q$ என்ற கூற்றுகளிலிருந்து $R \rightarrow S$ என்ற விளைவு பெறப்படும் என நிறுவுக.

Show that $R \rightarrow S$ can be derived from the premises $P \rightarrow (Q \rightarrow S), \neg R \vee P$ and Q .

13. (அ) $\langle G, * \rangle$ ஒரு சுழற்சி குலம் 'a' என்னும் உறுப்பு கொண்டு உருவாக்கப்படுகிறது. G -யின் வரிசை n எனில் $a^n = e$ என நிறுவுக. மேலும் $a^n = e$ என்னும் வடிவில் வரும் மீச்சிறு இயல் எண் n எனக் காட்டு.

Let $\langle G, * \rangle$ be a finite cyclic group generated by an element $a \in G$. If G is of order n , then show that $a^n = e$. Also prove that 'n' is the least positive integer for which $a^n = e$.

Or

- (ஆ) குலக்குறியீட்டின் பூஜ்யமற்ற குறியீட்டு வார்த்தைகளின் மிகச்சிறிய எடை அதன் மிகச்சிறிய தூரத்திற்கு சமமாகும்.

Show that the minimum weight of the non-zero code words in a group code is equal to its minimum distance.

14. (அ) $\langle L, \leq \rangle$ ஓர் கூட்டமைப்பு மற்றும் $a, b, c \in L$ எனில் நிரூபி.

(i) $a \oplus (b * c) \leq (a \oplus b) * (a \oplus c)$

(ii) $a * (b \oplus c) \geq (a * b) \oplus (a * c).$

Let $\langle L, \leq \rangle$ be a lattice and $a, b, c \in L$, then prove that inequalities :

(i) $a \oplus (b * c) \leq (a \oplus b) * (a \oplus c)$

(ii) $a * (b \oplus c) \geq (a * b) \oplus (a * c).$

Or

(ஆ) பூலியன் வடிவங்களை பெருக்கல்களின் கூட்டல் நியமன வடிவில் எழுதுக.

(i) $x_1 * x_2$

(ii) $x_1 \oplus x_2.$

Write the following Boolean expressions in a sum-of-products canonical form

(i) $x_1 * x_2$

(ii) $x_1 \oplus x_2.$

15. (அ) சம எண்களாக மாற்று.

(i) $(0.1011)_2$

(ii) $(0.24)_{18}$

(iii) $(2.7)_8$

(iv) $(37.12)_{16}.$

Convert to decimal numbers :

(i) $(0.1011)_2$

(ii) $(0.24)_{18}$

(iii) $(2.7)_8$

(iv) $(37.12)_{16}$.

Or

(ஆ) மதிப்பு காண்.

(i) $1111_2 + 101_2$

(ii) $1001_2 - 100_2$

(iii) $10011111_2 + 1101011_2$.

Evaluate :

(i) $1111_2 + 101_2$

(ii) $1001_2 - 100_2$

(iii) $10011111_2 + 1101011_2$.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) $(P \vee Q) \wedge \neg(\neg P \wedge (\neg Q \vee \neg R)) \vee$
 $(\neg P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge \neg R)$

ஒரு மெய் என நிரூபி.

Show that :

$$(P \vee Q) \wedge \neg(\neg P \wedge (\neg Q \vee \neg R)) \vee$$

$$(\neg P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge \neg R) \text{ is a tautology.}$$

Or

(ஆ) நிறுவுக :

$$(i) \quad \neg(P \wedge Q) \rightarrow (\neg P \vee (\neg P \vee Q)) \Leftrightarrow (\neg P \vee Q)$$

$$(ii) \quad (P \vee Q) \wedge (\neg P \wedge (\neg P \wedge Q)) \Leftrightarrow (\neg P \wedge Q).$$

Show that :

$$(i) \quad \neg(P \wedge Q) \rightarrow (\neg P \vee (\neg P \vee Q)) \Leftrightarrow (\neg P \vee Q)$$

$$(ii) \quad (P \vee Q) \wedge (\neg P \wedge (\neg P \wedge Q)) \Leftrightarrow (\neg P \wedge Q).$$

17. (அ) $(\neg P \rightarrow R) \wedge (Q \Leftrightarrow P)$ என்ற சூத்திரத்திற்கு முதன்மை இணைய இயல் வடிவம் பெறுக. மேலும் முதன்மை பிரிவு நிலை இயல் வடிவமும் காண்.

Obtain the principal conjunctive normal form of the formula S given by $(\neg P \rightarrow R) \wedge (Q \Leftrightarrow P)$. Also obtain the principal disjunctive normal form of S .

Or

(ஆ) கூற்றுகள்

- (i) $(\exists x)(F(x) \wedge S(x)) \rightarrow y(M(y) \rightarrow W(y))$
- (ii) $(\exists y)(M(y) \wedge \neg W(y))$, என்பதிலிருந்து
 $(x)(F(x) \rightarrow \neg S(x))$ விளைவு வரும் என
நிரூபி.

Show that from :

- (i) $(\exists x)(F(x) \wedge S(x)) \rightarrow y(M(y) \rightarrow W(y))$
- (ii) $(\exists y)(M(y) \wedge \neg W(y))$, the conclusion
 $(x)(F(x) \rightarrow \neg S(x))$

18. (அ) லெக்ரான்ஜி தேற்றம் கூறி நிறுவுக.

State and prove Lagrange's theorem.

Or

(ஆ) ஒரு குறியீடு இரு குறியீட்டு வார்த்தைகளின்
மீச்சிறு தூரம் குறைந்தது $2k + 1$ என இருந்தால்
மட்டுமே k அல்லது அதற்கு குறைவான
தவறுகளின் அனைத்து வித சேர்க்கையும் சரி
செய்ய முடியும் எனக் காட்டு.

Show that a code can correct all
combinations of k or fewer errors if and only
if the minimum distance between any two
code words is atleast $2k + 1$.

19. (அ) $\langle L, \leq \rangle$ ஒரு கூட்டமைப்பு என்க. அனைத்து

$$a, b, c \in L \text{ நிரூபிக்க } b \leq c \Rightarrow \begin{cases} a * b \leq a * c \\ a \oplus b \leq a \oplus c \end{cases}.$$

Let $\langle L, \leq \rangle$ be a lattice. For any $a, b, c \in L$,

$$\text{prove that } b \leq c \Rightarrow \begin{cases} a * b \leq a * c \\ a \oplus b \leq a \oplus c \end{cases}.$$

Or

(ஆ) எந்த பூலியன் இயற்கணிதமும், ஏதேனும் ஒரு கணம் S -ன் $\langle \rho(s), \cap, \cup, \sim, \phi, S \rangle$ என்ற இயற்கணிதத்திற்கு இயல் மாறா கோர்பு உடையது என நிரூபி.

Show that any Boolean algebra, is isomorphic to power set algebra $\langle \rho(s), \cap, \cup, \sim, \phi, S \rangle$ for any set S .

20. (அ) பெருக்குக :

(i) $1111_2 \times 1011_2$

(ii) $110_2 \times 10_2$.

Multiply :

(i) $1111_2 \times 1011_2$

(ii) $110_2 \times 10_2$.

Or

(ஆ) வகுக்க :

(i) $100001_2 \div 110_2$

(ii) $100000_2 \div 100_2$.

Divide :

(i) 100001_2 by 110_2

(ii) 100000_2 by 100_2 .
